

阻尼器—滑动轴承—转子系统的非谐调运动及突跳特性分析*

西安交通大学 张家忠** 许庆余 郑铁生

【摘要】 挤压油膜阻尼器—滑动轴承—柔性转子系统是一类强的非线性动力系统, 其中包含一些复杂的非线性现象, 文中主要对系统的非谐调运动、突跳行为进行了理论分析。研究表明: 系统存在二次 Hopf 分岔, 并导致准周期运动; 存在重复的倍周期分岔, 导致次谐波运动; 突跳是鞍—结分岔产生的结果。

主题词: 轴承 转子 非线性系统 稳定性

分类号: O 328

1 引言

由于油膜力是一类强非线性力, 使得系统包含一些复杂的非线性现象: 亚异步振动、跳跃、油膜涡动等, 而采用线性理论, 其机理将得不到解释, 需要应用非线性动力系统的分岔等理论对其进行分析^[1]。对于 SFD 中突跳问题的研究, 在具有滚动轴承支承的转子系统中已有一些研究结果^[2], 并且都仅限于同心型挤压油膜阻尼器的协调圆响应。本文直接对系统的运动方程进行分析, 研究发生鞍—结分岔、倍周期分岔、二次 Hopf 分岔时系统的动力特性。

2 力学模型

为理论分析方便, 取单盘 Jeffcott 柔性转子系统进行分析, 建立图 1 所示的力学模型。同时为研究问题方便, 运动方程采用无量纲形式:

$$\begin{aligned} x_2 &= \bar{x}_2/c_2 & y_2 &= \bar{y}_2/c_2 & x_3 &= \bar{x}_3/c_1 \\ y_3 &= \bar{y}_3/c_1 & x_4 &= \bar{x}_4/c_1 & y_4 &= \bar{y}_4/c_1 \\ \tau &= \bar{\omega} & \beta &= \rho/c_1 & \alpha &= c_2/c_1 \\ \omega &= \frac{1}{c_1^2} \bar{\omega} / g^{\frac{1}{2}} & \gamma_1 &= m/m_1 & \gamma_2 &= m_0/m_1 \\ d_1 &= \frac{\bar{d}_1}{m_1 g^{\frac{1}{2}} c_1^{\frac{1}{2}}} & \sigma_1 &= \frac{\bar{\sigma}_1}{m_1 g^{\frac{1}{2}} c_1^{\frac{1}{2}}} & \sigma_2 &= \frac{\bar{\sigma}_2}{\alpha m_0 g^{\frac{1}{2}} c_1^{\frac{1}{2}}} \\ k_2 &= \frac{\bar{k}_2 c_1}{m_0 g} & k_1 &= \frac{\bar{k}_1 c_1}{m_1 g} & \bar{\sigma}_1 &= \frac{2\eta_1 R_1}{c_1^2} \end{aligned}$$

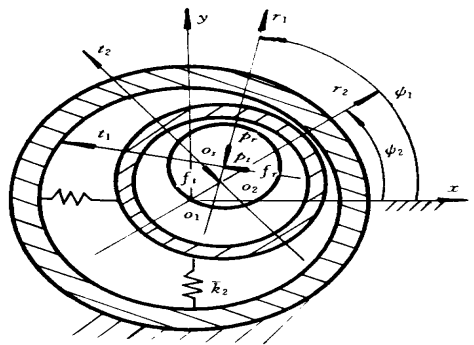


图 1 力学模型

$$\begin{aligned} \overline{\sigma_2} &= -(\mathcal{R} \mathcal{L}^3 / c_2^3) & \overline{f_{1x}} &= \overline{\sigma_1} \overline{f_{1x}} & \overline{f_{1y}} &= \overline{\sigma_1} \overline{f_{1y}} & \overline{f_{2x}} &= \overline{\sigma_2} \overline{f_{2x}} & \overline{f_{2y}} &= \overline{\sigma_2} \overline{f_{2y}} \\ \text{其中:} & & \overline{f_{1x}} &= p_r \cos \psi_1 + p_t \sin \psi_1 & \overline{f_{1y}} &= p_r \sin \psi_1 - p_t \cos \psi_1 \\ & & \overline{f_{2x}} &= -f_r \cos \psi_2 + f_t \sin \psi_2 & \overline{f_{2y}} &= -f_r \sin \psi_2 - f_t \cos \psi_2 \end{aligned}$$

c_1 和 c_2 分别为轴承、阻尼器的半径间隙, p_r, p_t, f_r 和 f_t 分别为轴承及阻尼器中的油膜力。

对于轴承, 其油膜力采用长轴承, “ π ”油膜假设得到, 而阻尼器由于其周向开有油槽, 其油膜力采用短轴承, “ π ”油膜假设得到^[1]:

并将运动方程表示在状态空间中, 并用“ $'$ ”表示变量关于 τ 的求导。

$$\left. \begin{aligned} x_2' &= x_{02}, \quad y_2' = y_{02}, \quad x_3' = x_{03}, \quad y_3' = y_{03}, \quad x_4' = x_{04} \\ y_4' &= y_{04}, \quad x_{02}' = \frac{1}{\alpha \mathcal{Y}_2} \frac{\sigma_1}{\omega} f_{1x} + \frac{\sigma_2}{\omega} f_{2x} - \frac{k_2 \cdot y_2}{\omega^2} \\ y_{02}' &= (1/\alpha \mathcal{Y}_2) (\sigma_1/\omega) f_{1y} + (\sigma_2/\omega) f_{2y} - (k_2 \cdot y_2/\omega^2) - (1/\alpha \omega^2) \\ x_{03}' &= -(\sigma_1/\omega) f_{1x} + k_1(x_4 - x_3)/\omega^2 + d_1(x_{04} - x_{03})/\omega \\ y_{03}' &= -(\sigma_1/\omega) f_{1y} + k_1(y_4 - y_3)/\omega^2 + d_1(y_{04} - y_{03})/\omega - (1/\omega^2) \\ x_{04}' &= \beta \cos \tau - (k_1/\mathcal{Y}_1 \omega^2)(x_4 - x_3) - (d_1/\mathcal{Y}_1 \omega)(x_{04} - x_{03}) \\ y_{04}' &= \beta \sin \tau - (k_1/\mathcal{Y}_1 \omega^2)(y_4 - y_3) - (d_1/\mathcal{Y}_1 \omega)(y_{04} - y_{03}) - (1/\omega^2) \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

3 基本理论

3.1 不动点分岔理论

本文主要对如下的非自治动力系统进行分析, 研究其周期解的稳定性:

$$\dot{x} = f(x, t, \mu), \quad (x, t, \mu) \in (R^n, R, R) \quad (2)$$

具有:

$$f(x, t+T, \mu) = f(x, t, \mu)$$

对流的闭轨问题的研究, 可以化为对其 Poincaré 映射中不动点问题的研究, 常见的不动点分岔有三种类型^[3], 可以很容易将其应用到周期解的稳定性分析中。

3.2 Poincaré 映射中不动点的确定

对于由式(13)描述的周期性非自治动力系统, 采用 Poincaré 映射法对其离散, 并采用文献[1]中的迭代方法确定 Poincaré 映射面上的不动点, 而不动点的稳定性, 可以由 $[\partial \mathcal{T} / \partial \alpha](0)$ 的特征根确定, 并可以采用下列方法求解:

$$\left[\frac{\partial \mathcal{T}}{\partial \alpha}(0) \right]' = \left[\frac{\partial \mathcal{T}(x, t)}{\partial x} \right] \left[\frac{\partial \mathcal{T}}{\partial \alpha} \right]_{x(0)}, \quad \left[\frac{\partial \mathcal{T}}{\partial \alpha}(0) \right] \Big|_{\tau=0} = [I] \quad (3)$$

方程(2)与(3)同时联合求解, 可求出 $t = T$ 时的矩阵 $[\partial \mathcal{T} / \partial \alpha](0)$, 进而求出其特征根。

4 数值分析

4.1 次谐波运动分析

对柔性转子系统进行分析, 各参数取下列值: $\sigma_1 = 0.41$, $\sigma_2 = 0.057$, $\beta = 0.143$, $\alpha = 1.924$, $k_1 = 1054.69$, $k_2 = 93.41$, $d_1 = 14.09$, $\mathcal{Y}_1 = 13.33$, $\mathcal{Y}_2 = 1.39$ 。

当转速在 $0 \sim 4540 \text{ r/min}$ 范围内时, 系统有稳定的周期解, 而当转速增大为 4552.792 r/min 时, $[\partial \mathcal{T} / \partial \alpha](0)$ 有一特征根等于 -1 , 系统发生倍周期分岔, 图 2 为转速为 4600 r/min 条件下, 轴颈中心的运动轨迹, 为稳定的倍周期运动(原周期解失稳), 将转速继续增大为 4760

$r/m \text{ in}$ 时, 原稳定的倍周期运动失稳, 再次发生倍周期分岔, 分岔出一稳定的四倍周期运动, 图 3 为转速在 $4780 r/m \text{ in}$ 时, 轴颈中心的运动轨迹, 为稳定的四倍周期运动。图 4 为转速在 $4000 \sim 4800 r/m \text{ in}$ 范围内, 轴颈中心的运动分岔图, 由图看出在转速约为 $4550 r/m \text{ in}$ 时发生倍周期分岔, 而在转速约为 $4760 r/m \text{ in}$ 时, 再次发生倍周期分岔。

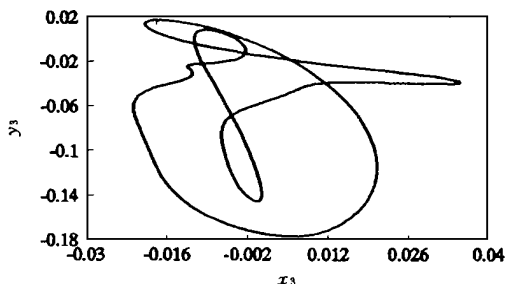


图 2 轴颈中心运动轨迹

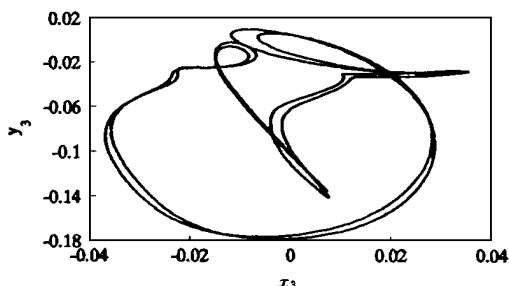


图 3 轴颈中心运动轨迹

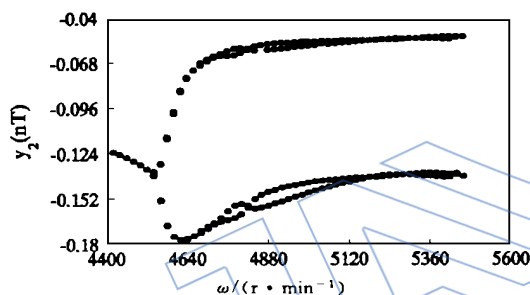


图 4 轴颈中心运动分岔图

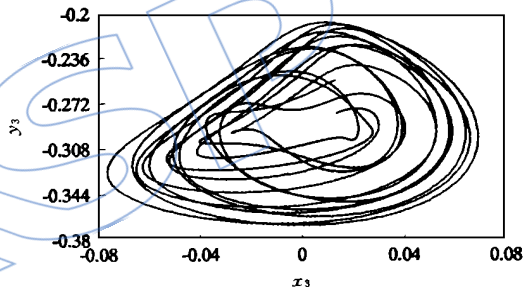


图 5 轴颈中心运动轨迹

由以上分析表明, 由于系统的一系列倍周期分岔, 导致系统出现次谐波运动。

4.2 准周期运动分析

将系统的参数调整为下列值: $\sigma_1 = 2.00$, $\sigma_2 = 6.05$, $\beta = 0.04$, $\alpha = 1.35$, $k_1 = 4939.22$, $k_2 = 60.14$, $d_1 = 6.65$, $Y_1 = 17.00$, $Y_2 = 0.80$, 系统将发生准周期分岔。

当转速在 $0 \sim 3800 r/m \text{ in}$ 范围内时, 系统有稳定的周期运动, 而当转速增大到 $3780.324 r/m \text{ in}$ 时, 有一对其模为 1 的复共轭特征根, 系统将产生准周期运动, 图 5 为转速为 $3790 r/m \text{ in}$ 时轴颈中心的运动轨迹, 图 6 为其 Poincaré 截面上的运动轨迹, 为一闭合的曲线, 表明此时系统的运动是由两个频率 ω 和 ω 构成的组合振动, 并且 ω/ω 是一无理数。

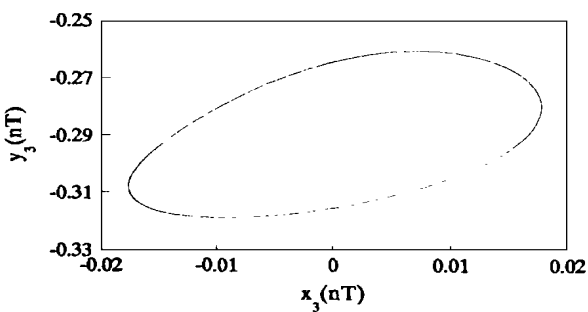


图 6 Poincaré 截面上轴颈中心运动轨迹

在非线性质子动力系统中, 由于不平衡量增大等原因, 容易引起准周期运动, 转子将发生

非谐波涡动。

4.3 突跳行为分析

将系统的参数调整为下列数值: $\sigma_1 = 0.426$, $\sigma_2 = 0.108$, $\beta = 0.143$, $\alpha = 1.76$, $k_1 = 1186.3$, $k_2 = 105.48$, $d_1 = 11.1$, $\gamma_1 = 14.35$, $\gamma_2 = 1.29$, 系统将发生鞍—结分岔。

在转速为 $0 \sim 3120 \text{ r/min}$ 范围内, 系统有稳定的周期解, 当转速继续增大为 3120.423 r/min 时, 有一特征根等于 1, 系统将发生鞍—结分岔, 图 7 为轴承体中心的偏心矩 e 随转速的变化情况 (e 为 Poincaré 截面上的值), 在此转速点, 周期解跳到另一解分支, 同时 e 的值也有大的变化, 此即非线性振动系统中的跳跃现象。

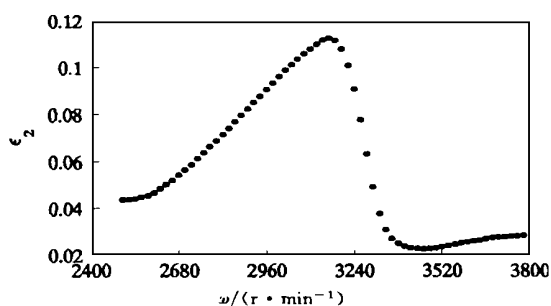


图 7 升速过程中偏心矩 e 随转速的变化

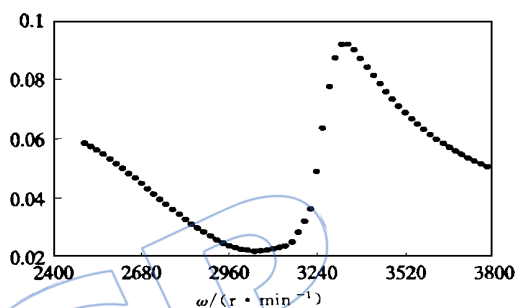


图 8 降速过程中偏心矩 e 随转速的变化

在降速过程中, 当转速为 3334.326 r/min 时, 同样有一特征根等于 1, 图 8 为轴承体中心偏心矩 e 随转速的变化情况。在升速及降速过程中, 两鞍—结分岔点的转速不同。由于系统的非线性原因, 在一些非线性动力系统中, 将有多周期解共存的现象, 并且系统对初值条件极敏感, 不同的初值条件, 将对应不同的周期解分支。

根据前面的分析, 在降速过程中, 当转速小于 3120.423 r/min 时, 还应有另外一个鞍—结分岔点, 系统将表现出双突跳、滞后特性, 并有一光滑曲线连接两分岔点, 这条曲线不稳定^[8], 不能由直接积分法求出, 需应用伪弧长延拓等方法确定。

5 结 论

SFD 是一强的非线性元件, 与具有滑动轴承支承的转子系统组成一强非线性动力系统, 其中含有一些复杂的非线性现象: 突跳、非谐波涡动等, 由于其减振的有效性, 因此有必要对这些现象的机理进行分析研究。其中的突跳现象是系统发生鞍—结(极限点)分岔的结果, 次谐波运动是系统发生了一系列倍周期分岔产生的, 准周期运动则是由于发生二次 Hopf 分岔引起的。

参 考 文 献

- 1 张家忠 挤压油膜阻尼器—滑动轴承—刚性转子系统的稳定性及分岔行为 应用力学学报, 1996, 13(4): 35-40
- 2 孟光 非线性柔性转子—同心型挤压油膜阻尼器系统稳态及双稳态响应的稳定性分析 航空学报, 1990, 11(7): 333-340
- 3 陆启韶. 分岔与奇异性. 上海: 上海科技教育出版社, 1995
- 4 Thomas S Parker. Practical Numerical Algorithms for Chaotic Systems. New York: Springer-Verlag, 1989

NONSYNCHRONOUS MOTION AND JUMP PHENOMENON OF ROTOR- FLUID FILM BEARING SYSTEM WITH SQUEEZE FILM DAMPER

Zhang Jiazhong, Xu Qingyu, Zheng Tiesheng

(School of Energy and Power Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049)

ABSTRACT The dynamical behaviors of a flexible rotor- fluid film bearing system with squeeze film damper are investigated. Owing to the nonlinearity of the film forces, there are many complex phenomena in the system, such as: jump, nonsynchronous motion etc. As the parameters are varied, the system can undergo a series of bifurcations. It is found that the secondary Hopf bifurcation, a series of period- doubling bifurcation and the saddle - node bifurcation result in quasi- periodic motion, subharmonic adoption motion and jump phenomenon respectively. The results of this study show that the introduction of squeeze film dampers in this system may lead to undesirable nonsynchronous vibrations.

Key Words Bearings Rotors Nonlinear Systems Stability

AN ITERATIVE PRECISE INTEGRATION METHOD FOR CALCULATION OF TRANSIENT RESPONSE IN ROTOR- BEARING SYSTEM

Jiang Peilin and Yu Lie

(2nd Dept. Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710072)

ABSTRACT An iterative precise integration method is proposed to calculate the transient response of rotor- bearing systems. The state transfer matrices are calculated with the precise integration method and the precise solutions of homogeneous equations can be obtained. Therefore an implicit integration procedure is given in the light of the characteristics of oil film forces. The matrices and vectors are partitioned and the dimension of the nonlinear equations is reduced greatly. The integration method presented is unconditionally stable and can assure high precision and efficiency.

Key Words Rotor Transient response Iteration methods Integration methods

VIBRATION FEATURES FROM RUBBING BETWEEN ROTOR AND CASING FOR A DUAL - SHAFT AEROENGINE

Yan Litang and Wang Deyou

(4th Dept. Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083)

ABSTRACT The vibration features from rubbing between rotor and casing for single- shaft gas turbine engine are well known and have been studied by many researchers. The dual- shaft engine has two shafts with different frequencies in the engine system. An improved model and calculation method are provided, based on the mathematical models derived